Radicali

Radicali

Indicano l'operazione di estrazione di una radice, cioè l'operazione inversa dell'elevamento a potenza.

Proprietà:

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

$$\sqrt[n]{a^n b} = \mathrm{a}\sqrt[n]{b}$$

Radicali

La razionalizzazione indica l'operazione di rendere razionale un denominatore.

Si opera utilizzando la proprietà di equivalenza delle frazioni e quindi moltiplicando numeratore e denominatore per un termine che consenta di eliminare la radice.

$$\frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

Radicali

Equazione a coefficienti irrazionali

$$\frac{x-2\sqrt{2}-4}{6\sqrt{2}}+\frac{x+2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}=\frac{x+1}{3} \qquad R: 1$$

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x-\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{x} \qquad \text{R:-1}$$

Equazioni irrazionali

Sono equazioni in cui l'incognita compare sotto radice.

$$\sqrt{x+1} = 3 - 2x$$

$$3+\sqrt[3]{x} = 2x - 5$$

$$\sqrt{x+1} = \sqrt{3-2x}$$

$$3-\sqrt[3]{2+4x} = 2x$$

Equazioni irrazionali

E' bene disporre le radici nei due membri in modo che siano precedute dal segno +.

La radice si intende positiva a meno che non sia preceduta da -.

Equazioni irrazionali

Radici di indice pari

- La radice deve esistere (argomento ≥0).
- Ricordare che la radice si intende positiva a meno che non sia preceduta da -.
- Elevare a potenza per eleminare le radici.
- Eseguire i calcoli o reiterare il processo.

Equazioni irrazionali

Esercizi

$$\sqrt{x^2+x}=3-x$$

$$\sqrt{x-2}=5x-5$$

$$\sqrt{x}=-x^2-1$$

$$\sqrt{3-x^2}=1$$

Equazioni irrazionali

Esercizi

$$\sqrt{3-2x}=-\sqrt{x^2+3}$$

$$3\sqrt{x-x^2}=2\sqrt{x}$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{4-x}=\sqrt{4-x}-\sqrt{1-2x}$$

Equazioni irrazionali

Radici di indice dispari

- Elevare a potenza per eleminare le radici.
- Eseguire i calcoli o reiterare il processo.

Equazioni irrazionali

Esercizi

$$\sqrt[3]{x^3+2}-x=1$$

$$\sqrt[3]{(x-3)(x-1)}=\sqrt[3]{(x-2)(x+2)}$$

Equazioni irrazionali fratte

L'incognita si trova sotto radice e al denominatore di una frazione algebrica.

$$\frac{2}{\sqrt{x}} = x$$

E' necessario discutere le radici pari ed i denominatori.

Equazioni irrazionali fratte

Esercizi

$$\sqrt{x-1}+\frac{1}{\sqrt{x-1}}=\frac{x}{\sqrt{x-1}}$$

$$\frac{x+2}{\sqrt[3]{x^3+2}}=1$$

Disequazioni irrazionali

Sono disequazioni in cui l'incognita compare sotto radice.

Consideriamo solo il caso in cui compare un solo radicale.

Disequazioni irrazionali

Caso 1

$$f(x) > \sqrt[n]{g(x)}$$

n dispari → si eleva a potenza n

n pari → $\begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) > 0 \\ [f(x)]^n > g(x) \end{cases}$

Disequazioni irrazionali

Caso 2

$$f(x) < \sqrt[n]{g(x)}$$

n dispari → si eleva a potenza n

n pari → $\begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) > 0 \\ [f(x)]^n < g(x) \end{cases}$ oppure $\begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) < 0 \end{cases}$

Disequazioni irrazionali

Esercizi

$$\sqrt{\frac{x-2}{x+1}} < 1$$

$$\sqrt{x^2+7x} < x-2$$

$$\sqrt[3]{x+3}+1 \geq 0$$

Disequazioni irrazionali

Esercizi

$$2+\sqrt{4-x}>x$$

$$\sqrt[3]{1+x^3}<x+1$$

$$\frac{3}{\sqrt{x-3}}>4$$