

Numeri Complessi



$$x^2 + 1 = 0$$

$\sqrt{-1} = i$ ← Unità
immaginaria

$$\sqrt{-16}$$

$$\sqrt{-49}$$

$$\sqrt{-8}$$

$$\sqrt[3]{-8}$$

$$x^2 - x + \frac{1}{2} = 0$$

$$x^2 - 6x + 11 = 0$$

$$x^2 + 4x + 29 = 0$$

$$\frac{1}{5}x^2 + (x - 2)(x + 2) = \frac{2}{5} + 2(x + 1)^2$$

Applicazioni dei numeri complessi

Matematica

Fisica

Ingegneria elettronica e delle
telecomunicazioni

Matematica

Risoluzione equazioni di terzo grado

$$x^3 + px + q = 0$$

$$x = \sqrt[3]{\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{2}\right)^2}} + \sqrt[3]{\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{2}\right)^2}}$$

La formula di Cardano esprime la soluzione servendosi di radici quadrate di numeri negativi anche quando la soluzione è un numero reale.

Ad esempio $x = 4$ è soluzione di $x^3 - 15x = 4$

Tramite la formula di Cardano si ha :

$$x = \sqrt[3]{2 + \sqrt{-121}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{-121}}$$

Fisica

Unificazione delle grandezze descrittive le proprietà dei circuiti a corrente alternata.

L'impedenza è data dalla formula

$$z = R + \left(2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC} \right) i$$

Telecomunicazioni

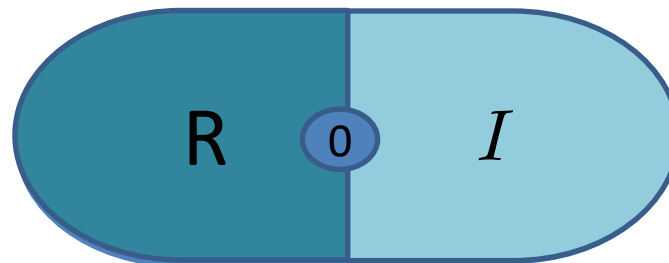
Semplifica la descrizione dei segnali (onde)

Gli immaginari I

$$ai, \quad a \in \mathbb{R}$$

I complessi \mathbb{C}

$$a+ib, \quad a, b \in \mathbb{R}$$



I complessi

$a+ib,$

$a, b \in \mathbb{R}$

Parte reale
 $\text{Re}(a+ib)=a$

Parte immaginaria
 $\text{Im}(a+ib)=b$

Uguaglianza

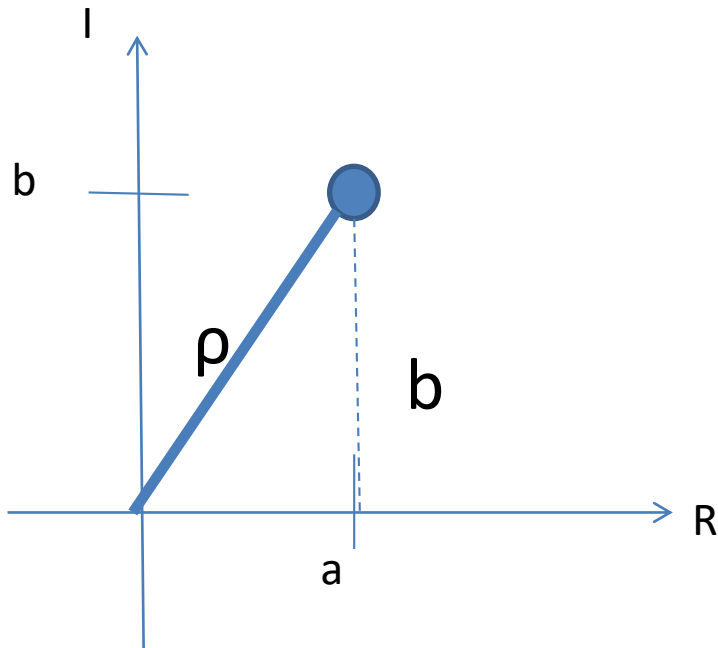
$$(a+ib)=(c+id) \Leftrightarrow a=c \wedge b=d$$

Complesso
coniugato

$$a+ib \rightarrow a-ib$$

Rappresentazione grafica

$$a+ib \rightarrow (a, b)$$



Piano di Gauss

$$\rho = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Somma

$$(a+ib)+(c+id) = (a+c)+i(b+d)$$

Proprietà della somma

- Commutativa
- Associativa
- Esistenza elemento neutro
- Esistenza opposto $a+ib \rightarrow -a-ib = -(a+ib)$

Sottrazione

$$(a+ib)-(c+id) = (a+ib)+(-c-id)$$

Moltiplicazione

$$(a+ib) \times (c+id) = (ac-bd) + i(cb+ad)$$

Proprietà della moltiplicazione

- Commutativa
- Associativa
- Esistenza elemento neutro 1
- Esistenza inverso

Prodotto e somma

- Distributiva

Inverso

$$(a+ib) \times (c+id) = 1$$

$$\frac{1}{a+ib}$$

$$\frac{1}{a+ib} = \frac{1}{a+ib} \frac{a-ib}{a-ib} = \frac{a-ib}{a^2+b^2}$$

Divisione

$$(a + ib) : (c + id) = (a + ib) \frac{1}{c + id} = (a + ib) \frac{c - id}{c^2 + d^2}$$

Elevamento a potenza

$$(a+ib)^n$$

$$i^0=1$$

$$i^4=1$$

$$i^1=i$$

$$i^5=i$$

$$i^2=-1$$

...

$$i^3=-i$$

$$i^n=i^r$$

dove r è il resto della
divisione di n per 4

Posso definire una relazione d'ordine?

NON posso definire una relazione d'ordine

Se potessi definire in \mathbb{C} una relazione d'ordine, come in \mathbb{R} , $\forall a \in \mathbb{C}, a^2 > 0$

Ma in \mathbb{C} $i^2 = -1 < 0$

$$\frac{(2-5i)^2 - (2+i)(1-3i) + 1}{7-i}$$

$$\frac{(1+2i)^3 + (2+5i)(1-3i)}{4+4i}$$

$$\frac{(2+3i)^3 + (3-4i)^2 - (2+3i)(2-3i) - 1}{7+3i}$$