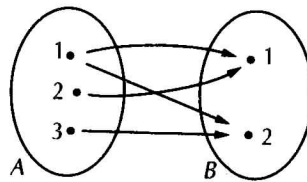
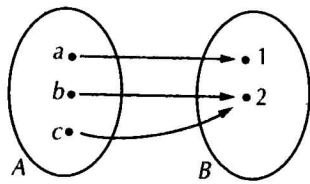


**UD-4 FUNZIONI**

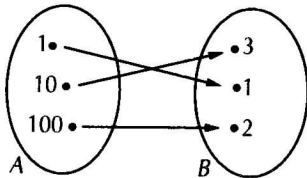
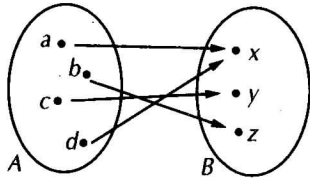
Determina quali delle relazioni indicate sono funzioni da A a B:

• 1



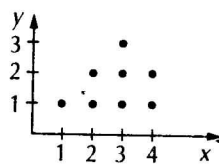
R.: sì; no

• 2

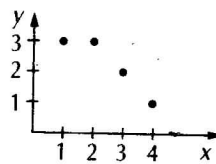


R.: sì; sì

• 3



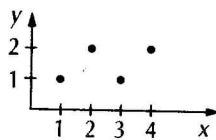
$A = \{1, 2, 3, 4\}; B = \{1, 2, 3\}$



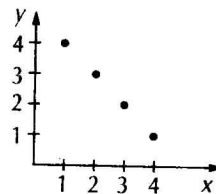
$A = \{1, 2, 3, 4\}; B = \{1, 2, 3\}$

R.: no; sì

• 4



$A = \{1, 2, 3, 4\}; B = \{1, 2\}$



$A = \{1, 2, 3, 4\}; B = \{1, 2, 3, 4\}$

R.: sì; sì

• 5

A \ B	x	y
a	(a, x)	(a, y)
b		(b, y)
c	(c, x)	
d		(d, y)

A \ B	stella	pianeta
Venere		(Venere, pianeta)
Marte		(Marte, pianeta)
Sirio	(Sirio, stella)	
Antares	(Antares, stella)	

R.: no; sì

Stabilisci quali delle seguenti relazioni sono funzioni:

• 6  $R_1 = \{(1, 0), (1, 2), (2, 0)\}$

$R_2 = \{(0, 0)\}$

• 7  $R_1 = \{(a, b), (b, c), (c, d)\}$

$R_2 = \{(1, 0), (10, 0), (100, 0)\}$

R.: sì; sì

● 8  $R_1 = \{(a, a), (a, b), (b, b)\}$   $R_2 = \{(1, 1), (10, 2), (103, 3)\}$

● 9  $R = \{(\emptyset, 0), (a, 1), (a, b), 2)\}$

R.: sì

**Domnio e immagine di una funzione**

Determina dominio e immagine delle seguenti funzioni:

● 14  $A = \{10, 100, 1000, 10000\}$   
 $f(x) = \frac{1}{x}$

● 15  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 7\}$   
 $f(x) = 4x$

R.:  $f(A) = \{0, 4, 8, 12, 16, 20, 24\}$

● 16  $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -5 \leq x < 6\}$   
 $f(x) = x^2$

Determina l'immagine delle seguenti funzioni  $f: A \rightarrow \mathbb{Q}$ :

● 13  $A = \{0, 1, 3\}$   $f(x) = 5x$

R.:  $f(A) = \{0, 5, 15\}$

● 12  $H = \{(3, 0), (2, 0), (1, 0)\}$

● 11  $G = \{(1, 8), (-3, 4), (5, 12), (0, 7)\}$   
 $R: D_G = \{-3, 0, 1, 5\}; Im_G = \{4, 7, 8, 12\}$

● 10  $F = \{(a, 1), (b, 2), (c, 3), (d, 4)\}$

**Classificazione delle funzioni**

Date le seguenti funzioni, determina se esse sono iniettive, suriettive, biettive, né iniettive, né suriettive:

● 17  $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} : f(x) = x - 10$

● 18  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : f(x) = 100x + 10$

● 19  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : f(x) = 9 - x^2$

● 20  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} : f(n) = n^2$

● 21  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : f(n) = |n|$

● 22  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} : f(n) = n^3$

● 23  $f: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R} : f(x) = \frac{|x|}{x}$

R.: né iniettiva, né suriettiva

● 24  $f: \mathbb{R} - \{1\} \rightarrow \mathbb{R} - \{0\} : f(x) = \frac{x-1}{1}$

R.: biettiva

● 25  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : f(x) = |x| - 1$

R.: né iniettiva, né suriettiva

● 32  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\} : f(x) = x^x$

R.: suriettiva

● 31  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Q} : f(x) = \frac{x+1}{1}$

R.: iniettiva

● 30  $f: A \rightarrow B : f(x) = |x|$   
 con  $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$  e  $B = \{0, 1, 2\}$

R.: suriettiva

● 29  $f: A \rightarrow B : f(x) = x^2$   
 con  $A = \{0, 1, 2\}$  e  $B = \{0, 1, 4\}$

R.: biettiva

● 28  $f: A \rightarrow A : f(x) = 2 - x$   
 con  $A = \{0, 1, 2\}$

R.: biettiva

● 27  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : f(x) = 2$

R.: né iniettiva, né suriettiva

● 26  $f: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}^+ : f(x) = \left| \frac{1}{x} \right|$

R.: suriettiva

**AUTOVERIFICA DELL'APPRENDIMENTO**

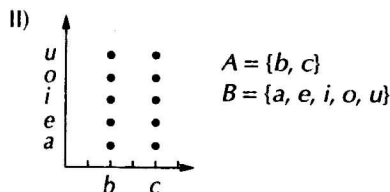
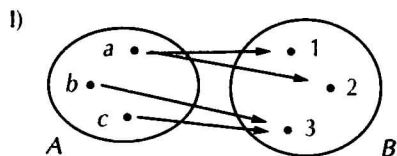
**LO SO?**

- Come si definisce una funzione?
- Che cosa si intende per dominio, codominio e immagine di una funzione di una variabile?
- Quando una funzione si dice suriettiva?
- Quando una funzione si dice iniettiva?
- Quando una funzione si dice biiettiva?

Controlla le risposte che hai dato con quanto scritto nella teoria della presente Unità Didattica.

**LO SO FARE?**

1. Determina quali delle seguenti relazioni sono funzioni da A a B.



III)  $R = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5)\}$

2. Determina dominio e immagine di  $F = \{(1, 11), (2, 22), (3, 33), (4, 44)\}$

3. Determina se le seguenti funzioni sono iniettive, suriettive, biiettive, né iniettive, né suriettive.

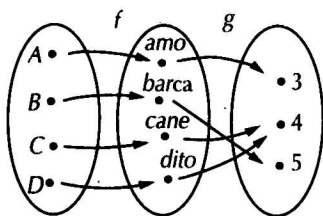
- a)  $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}: f(x) = 1 - x^2$   
 b)  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}: f(x) = x - 3$   
 c)  $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}: f(x) = \frac{x}{2}$

Controlla le risposte che hai dato con quelle che si trovano nell'Unità Didattica 4 del Capitolo 2 della Guida allo studio, sezione Per valutarmi.

**UD-5 FUNZIONI COMPOSTE E FUNZIONI INVERSE**

**Composizione di funzioni**

• 1 Considera le funzioni rappresentate in figura.



Scrivi le coppie della funzione  $g \circ f$ .

Date  $f$  e  $g$ , determina  $f \circ g$  e  $g \circ f$ :

• 2  $f(x) = 3x$   
 $g(x) = 5x$

R.:  $f(g(x)) = g(f(x)) = 15x$

• 3  $f(x) = 1 - x$   
 $g(x) = 9x$

• 4  $f(x) = 2x$   
 $g(x) = x^5$

R.:  $f(g(x)) = 2x^5$   
 $g(f(x)) = 32x^5$

Dati l'insieme  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  e le seguenti funzioni

$$f: A \rightarrow A: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$g: A \rightarrow A: \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

determina, se possibile:

8  $g \circ g$  R.:  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

9  $f \circ f$

10  $f \circ f \circ f$  R.:  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$

11  $f \circ g$

12  $g \circ f$  R.:  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

5 Date in  $\mathbb{R}$  le tre funzioni:

$$f(x) = x \quad g(x) = x - 1 \quad h(x) = 2x$$

verifica che vale la proprietà associativa

$$h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$$

6 Date

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: f(x) = \frac{2}{x}$$

$$g: \mathbb{R} - \{5\} \rightarrow \mathbb{R}: g(x) = \frac{1}{x - 5}$$

determina il dominio di  $f \circ g$  e di  $g \circ f$

$$R.: \mathbb{R} - \{5\}; \mathbb{R} - \{10\}$$

7 Date in  $\mathbb{R}$

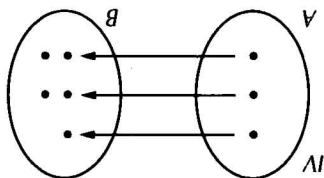
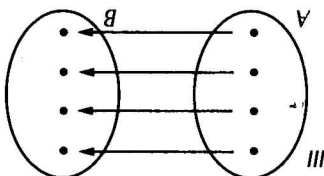
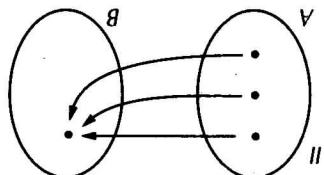
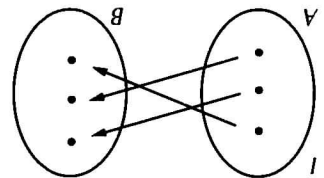
$$f(x) = \left\lfloor \frac{3}{5}x \right\rfloor$$

$$g(x) = (x + 1)^2$$

determina  $f \circ g$  e  $g \circ f$  e dimostra che non coincidono.

### Funzioni invertibili

13 Quali tra le funzioni rappresentate dai grafici in basso sono invertibili?



$f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}: f(x) = 12x$  R.: si

$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}: f(x) = 12x$  R.: no

$f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}: f(x) = x^2$  R.: no

$f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}: f(x) = x - 4$  R.: si

$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}: f(x) = x - 4$  R.: no

$f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}: f(x) = x - 4$  R.: si

Sia  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  e sia

$$f: A \rightarrow A \text{ tale che } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

determina:

\* 15  $f \circ f$

\* 16  $f^{-1} \circ f$

R.:  $f^{-1} \circ f: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$

$f \circ f^{-1}: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$

Esercizi di ricapitolazione

Sia  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: f(x) = 2x - 3$  e sia  $g: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}: g(x) = 13x$ .  
Determina, se possibile:

• 17  $(f \circ g)(4)$        $(f \circ g)(2)$       R.: 101; 49

• 18  $g \circ f$        $f \circ g$       R.:  $g(f(x)) = 13(2x - 3)$   
 $f(g(x)) = 26x - 3$

• 19  $f^{-1}$        $g^{-1}$

• 20  $f \circ f^{-1}$        $g^{-1} \circ g$

Sia  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: f(x) = 3x^2 - 1$  e sia  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: g(x) = x^2$ .  
Determina, se possibile:

• 21  $(f \circ g)(2)$        $(g \circ f)(2)$       R.: 47; 121

• 22  $f^{-1}$        $g^{-1}$   
R.: non è possibile determinare  $f^{-1}$  né  $g^{-1}$

• 23 Verifica in un caso particolare a tua scelta che se  $f$  e  $g$  sono funzioni biiettive si ha  $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$

AUTOVERIFICA DELL'APPRENDIMENTO

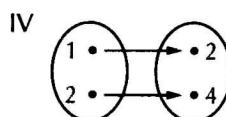
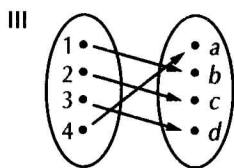
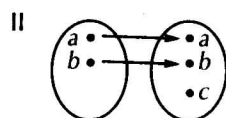
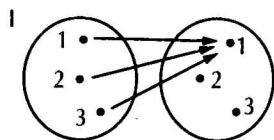
LO SO?

- Date due funzioni  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  e  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  come si indica la funzione composta di  $g$  con  $f$  e di  $f$  con  $g$ ?
- La relazione inversa e la funzione inversa sono la stessa cosa?
- Quando si può invertire una funzione?

Controlla le risposte che hai dato con quanto scritto nella teoria della presente Unità Didattica.

LO SO FARE?

1. Date le funzioni  $f(x) = 3 - x$  e  $g(x) = 3x$  determina  $f \circ g$  e  $g \circ f$ .
2. Dato l'insieme  $A = \{a, b, c, d\}$  e le funzioni  $f: A \rightarrow A: \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ a & b & b & a \end{pmatrix}$  e  $g: A \rightarrow A: \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ d & c & b & a \end{pmatrix}$  determina  $g \circ g$  e  $f \circ f \circ f$ .
3. Quali tra le funzioni rappresentate dai seguenti grafici sono invertibili?



4. Dati  $A = \{1, 2, 3\}$  e  $f: A \rightarrow A: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$  determina  $f^{-1}$  e  $f^{-1} \circ f$ .

Controlla le risposte che hai dato con quelle che si trovano nell'Unità Didattica 5 del Capitolo 2 della Guida allo studio, sezione Per valutarmi.