

■ **U.D. 1** Dalla realtà al problema

■ **U.D. 2** Problemi di primo grado a un'incognita

■ **U.D. 3** Problemi di primo grado a due incognite

## UD-2 PROBLEMI DI PRIMO GRADO A UN'INCOGNITA

### Problemi che si traducono in equazioni numeriche intere

Risolvi i seguenti problemi che si possono tradurre in equazioni lineari numeriche a un'incognita:

- **1** Determina il numero che si deve aggiungere a  $\frac{1}{2}$  per ottenere 4. R.:  $\frac{7}{2}$
- **2** Determina il numero che è uguale al suo doppio. R.: 0
- **3** Determina il numero che sottratto a  $-\frac{1}{3}$  dà 1. R.:  $-\frac{4}{3}$
- **4** Determina il numero che, addizionato alla sua metà, restituisce 27. R.: 18
- **5** Determina il numero che supera di 3 la sua metà. R.: 6
- **6** Qual è quel numero che addizionato a 3 dà  $\frac{1}{2}$ ? R.:  $-\frac{5}{2}$
- **7** Qual è quel numero che moltiplicato per 6 dà  $\frac{2}{5}$ ? R.:  $\frac{1}{15}$
- **8** Qual è quel numero che addizionato alla sua terza parte dà 7? R.:  $\frac{21}{4}$
- **9** Qual è quel numero che moltiplicato per 3 è uguale alla somma fra la metà del numero stesso e 8? R.:  $\frac{16}{5}$
- **10** Quale numero si deve sottrarre a 5 per ottenere  $\frac{1243}{3}$ ? R.:  $-\frac{1228}{3}$
- **11** Per quale numero deve essere moltiplicato 8 per ottenere  $\frac{3}{2}$ ? R.:  $\frac{3}{16}$
- **12** Qual è quel numero che moltiplicato per 100 dà  $\frac{1}{2}$ ? R.:  $\frac{1}{200}$
- **13** Qual è quel numero che moltiplicato per 52 dà  $-\frac{2}{3}$ ? R.:  $-\frac{1}{78}$
- **14** Determina quel numero che, raddoppiato, supera di 30 la sua metà. R.: 20
- **15** Determina quel numero che, dimezzato, supera di 10 la sua terza parte. R.: 60
- **16** Trova quel numero che differisce di 8 dal suo doppio. R.: 8
- **17** Determina quel numero per cui la metà della differenza fra 5 e il numero stesso è uguale alla terza parte della somma fra il numero e 3. R.:  $\frac{9}{5}$

- **18** Determina un numero la cui somma con  $\frac{10}{3}$  dà la metà del numero stesso. **R.:**  $-\frac{20}{3}$
- **19** Se al doppio di un numero si sottrae 9 e si divide il risultato per 5 si ottiene un numero uguale a  $\frac{1}{3}$  di quello di partenza. Qual è il numero da cui siamo partiti? **R.:** 27
- **20** La somma di tre numeri interi consecutivi è -3. Trova questi numeri. **R.:** -2; -1; 0
- **21** Trova due numeri consecutivi tali che la somma del quadruplo del più grande con il triplo del più piccolo dia 81. **R.:** 11; 12
- **22** Trova due numeri pari consecutivi tali che il quadruplo del più piccolo superi il più grande di 40. **R.:** 14; 16
- **23** Se il triplo di un numero è diminuito della sua terza parte si ottiene 42. Trova il numero. **R.:** 15,75
- **24** Determina un numero naturale di due cifre per cui la cifra delle unità superi di due quella delle decine e per cui la somma fra la cifra delle unità e quella delle decine sia 8. **R.:** 35
- **25** La somma di due interi consecutivi è 103. Trovali. **R.:** 51; 52
- **26** La somma di due interi dispari consecutivi è 44. Trovali. **R.:** 21; 23
- **27** La somma di due interi pari consecutivi è 74. Trovali. **R.:** 36; 38
- **28** La somma di tre interi consecutivi è 60. Trova i tre numeri. **R.:** 19; 20; 21
- **29** La somma di tre interi pari consecutivi è 84. Trova i tre numeri. **R.:** 26; 28; 30
- **30** La somma di due numeri interi consecutivi è 33. Trova i due numeri. **R.:** 16; 17
- **31** Determina un numero di due cifre sapendo che la somma di tali cifre è 12 e che, scambiandole, si ottiene un numero più grande del 75% del numero iniziale. **R.:** 48
- **32** Ariele ha tagliato uno spago lungo 21 cm in due parti di cui una è  $\frac{2}{3}$  dell'altra. Quanto sono lunghe le due parti? **R.:** 12,6; 8,4
- **33** Calibano ha conosciuto 15 persone alla festa di Ariele. Sapendo che queste erano  $\frac{3}{8}$  del totale delle persone presenti, quante erano le persone presenti alla festa? **R.:** 40
- **34** In febbraio Ariele ha acquistato un paio di sci pagandoli  $\frac{5}{4}$  del prezzo che avevano durante l'estate. Se Ariele ha speso 218 000 lire, quanto costavano gli sci durante l'estate? **R.:** 174 400
- **35** Ariele ha depositato una somma in banca. Calibano deposita una somma uguale al doppio di quella depositata da Ariele. Sapendo che se Ariele e Calibano depositano ogni mese, per dodici mesi, la somma di 100 000 lire ciascuno la somma dei loro conti in banca ammonterà a 3 000 000, determina quale somma ha depositato inizialmente Ariele. **R.:** 200 000
- **36** In una classe di 26 studenti vi sono 8 ragazze in più dei ragazzi. Qual è il numero dei ragazzi? **R.:** 9
- **37** Una ragazza dice: "Mia madre è 2 volte e mezza più vecchia di me. La somma delle nostre età fa 56 anni". Quanti anni ha la ragazza? **R.:** 16
- **38** La velocità di un aeroplano a un certo istante  $t_0$  è 900 km/h; in seguito l'aeroplano incrementa la sua velocità del 12%. Quale velocità raggiunge? **R.:** 1008 km/h
- **39** L'incasso per la partita fra la squadra di Ariele e quella di Calibano è stato di 1 500 000 lire. Sapendo che gli adulti pagavano 5000 lire e che i ragazzi al di sotto dei quattordici anni pagavano 2500 lire, è possibile dire quante persone paganti hanno assistito alla partita? Per quale motivo? **R.:** no
- **40** In riferimento al problema precedente: se sai che gli adulti che hanno assistito alla partita erano il doppio dei ragazzi, puoi dire quanti erano gli spettatori paganti? **R.:** 360
- **41** Determina le parti in cui si deve dividere un capitale di 2 400 000 in modo tale che una risulti  $\frac{3}{5}$  dell'altra. **R.:** 900 000; 1 500 000

- **42** In una classe viene proposto un test di fisica articolato su due problemi. Gli esiti sono i seguenti:
  - a) il 12% degli studenti non svolge alcun problema;
  - b) il 32% svolge correttamente un solo problema;
  - c) i restanti 14 studenti svolgono correttamente entrambi i problemi.
 Determina il numero degli studenti della classe. **R.:** 25
  
- **43** Il peso complessivo di tre casse è 642 kg. La seconda cassa pesa  $\frac{4}{5}$  della prima, mentre la terza pesa il 42,5% della seconda. Determina il peso di ciascuna cassa. **R.:** 300; 240; 102
  
- **44** Un uomo di 43 anni ha un figlio di 15. Quanti anni dovrebbero trascorrere perché l'età del padre sia il doppio di quella del figlio? **R.:** 13
  
- **45** In riferimento al problema precedente: quanti anni prima l'età del padre era 8 volte quella del figlio? **R.:** 11
  
- **46** Determina il numero di bottiglie che si possono ricavare da una massa di 100 kg di PVC (polivinilcloruro) sapendo che ciascuna di esse
  - pesa 37,5 g e che, durante il processo di lavorazione, si accumula uno scarto pari a  $\frac{1}{15}$  della massa del prodotto finito. **R.:** 2500
  
- **47** Considerando la stessa ipotesi del problema precedente, quante bottiglie si ricaverebbero se lo scarto di lavorazione ammontasse a  $\frac{1}{15}$  della massa iniziale di PVC? **R.:** 2488
  
- **48** Se il triplo di un numero è diminuito di  $a$  si ottiene  $\frac{2}{3}a$ . Determina il numero. **R.:**  $\frac{5}{9}a$
  
- **49** Determina quel numero tale che, moltiplicato per  $a + 1$  o per  $a - 1$ , restituisce lo stesso prodotto. **R.:** 0
  
- **50** Determina il numero per il quale la somma con  $a$  eguaglia il prodotto con  $a$ . **R.:**  $\frac{a}{a-1}$
  
- **51** Determina quel numero il cui prodotto con  $a$  supera  $a$  di 3. **R.:**  $\frac{a+3}{a}$

### Problemi che si traducono in equazioni frazionarie

Risolvi i seguenti problemi:

- **52** La differenza tra il reciproco di un numero positivo e 2 è 0. Calcola il numero. **R.:**  $\frac{1}{2}$
  
- **53** Il denominatore di una frazione supera di 4 il numeratore. Se aumentiamo entrambi di 1, otteniamo una frazione equivalente a  $\frac{1}{2}$ . Qual è la frazione di partenza? **R.:**  $\frac{3}{7}$
  
- **54** La somma dei reciproci di due numeri è uguale a 0. Sapendo che la differenza tra il maggiore e il minore è 5, determina i due numeri. **R.:**  $\frac{5}{2}; -\frac{5}{2}$
  
- **55** Una frazione è equivalente a  $\frac{3}{5}$  e il denominatore supera di 8 il numeratore. Trova la frazione. **R.:**  $\frac{12}{20}$
  
- **56** La somma dei reciproci di due numeri di cui uno è il doppio dell'altro dà 5. Determina i due numeri. **R.:**  $\frac{3}{10}; \frac{3}{5}$
  
- **57** La differenza dei reciproci di due numeri di cui uno è il triplo dell'altro è uguale a 2. Determina i due numeri. **R.:**  $\frac{1}{3}; 1$
  
- **58** Il reciproco della somma dei reciproci dei due numeri di cui uno è il doppio dell'altro dà 8. Determina i due numeri. **R.:** 12; 24
  
- **59** Il reciproco del doppio di un numero è uguale al reciproco della differenza fra il numero stesso e 3. Determina il numero. **R.:** -3
  
- **60** Addizionando 2 al reciproco di un numero, si ottiene il doppio del reciproco del numero da cui si è partiti. Determina il numero. **R.:**  $\frac{1}{2}$

- **61** Genova dista da Milano 120 km. Ariele va da Genova a Milano e torna indietro, senza mai fermarsi, in 3 ore. Sapendo che egli ha viaggiato all'andata alla velocità media di 100 km/h, calcola la velocità media del viaggio di ritorno.  
R.:  $v \cong 66,7$  km/h
- **62** Un numero ha due cifre. La cifra delle unità supera di 2 quella delle decine. Quando il numero viene diviso per la cifra delle decine il risultato è 13. Qual è il numero? R.: 13
- **63** Due automobili viaggiano a differenti velocità. La più veloce viaggia con una velocità media che supera di 20 km/h quella della più lenta. Si sa che la più veloce può percorrere 250 km nello stesso tempo in cui la più lenta ne percorre 200. Determina la velocità delle due automobili.  
R.: 80 km/h; 100 km/h
- **64** Ariele deve mettere la tappezzeria nella sua stanza. Sa che senza l'aiuto di Calibano gli ci vorranno 5 giorni, mentre con l'aiuto di Calibano ne impiegherebbe 2. Sai dire quanti giorni impiegherebbe Calibano, da solo, a mettere la tappezzeria nella stanza di Ariele? Quali ipotesi hai fatto per rispondere?  
R.: circa 3 giorni e 8 ore
- **65** Ariele riuscirebbe a preparare, da solo, la relazione di fisica in 3 ore. Prospero ne impiegherebbe 5. Se lavorassero insieme, quanto tempo impiegherebbero? Quale ipotesi hai fatto per rispondere?  
R.:  $\frac{15}{8}$  di ora

### Problemi di geometria

- **66** La somma dei tre angoli di un triangolo è  $180^\circ$ . Se il primo dei tre angoli è il doppio del secondo e il terzo è il triplo del primo, quanti gradi misura ciascuno dei tre angoli?  
R.:  $40^\circ$ ;  $20^\circ$ ;  $120^\circ$
- **67** La somma dei tre angoli di un triangolo è  $180^\circ$ . Se il primo dei tre angoli è il doppio del secondo e il terzo è il triplo del secondo, quanti gradi misura ciascuno dei tre angoli?  
R.:  $60^\circ$ ;  $30^\circ$ ;  $90^\circ$
- **68** In un triangolo isoscele la somma dei due angoli alla base è  $i \frac{5}{3}$  del terzo angolo. Quanto misurano gli angoli del triangolo?  
R.:  $67^\circ 30'$ ;  $56^\circ 15'$ ;  $56^\circ 15'$
- **69** In un triangolo isoscele la somma dei due angoli alla base è la metà del terzo angolo. Quanto misurano gli angoli del triangolo?
- **70** In un rettangolo l'altezza è  $i \frac{7}{5}$  della base e il perimetro misura 75. Determina le dimensioni del rettangolo.
- **71** In un rettangolo la somma della base con l'altezza è 43 e la base è  $i \frac{3}{4}$  dell'altezza. Determina le dimensioni del rettangolo.  
R.:  $b = \frac{129}{7} \cong 18,43$ ;  $h = \frac{172}{7} \cong 24,57$
- **72** I tre angoli di un triangolo stanno fra di loro come i numeri 2, 3 e 5. Trova le loro misure.  
R.:  $36^\circ$ ;  $54^\circ$ ;  $90^\circ$
- **73** Sapendo che i due angoli non retti di un triangolo rettangolo sono uno  $i \frac{3}{5}$  dell'altro, determina le loro misure.  
R.:  $56^\circ 15'$ ;  $33^\circ 45'$
- **74** Le misure degli angoli di un triangolo stanno fra loro come i numeri 2, 3 e 4. Determina la misura di ciascun angolo.  
R.:  $40^\circ$ ;  $60^\circ$ ;  $80^\circ$
- **75** La misura dell'area di un rettangolo è  $256 \text{ m}^2$ . Sapendo che la base misura 4 m, determina la misura dell'altezza.  
R.: 64 m
- **76** Calcola le lunghezze dei lati di un triangolo isoscele avente il perimetro di 290 m sapendo che la metà della base supera di 5 m ciascuno dei due lati uguali.  
R.: impossibile
- **77** Calcola il perimetro di un triangolo isoscele sapendo che ciascuno dei due lati uguali supera di 5 m la base e che il rapporto fra la base e uno di essi è  $\frac{5}{6}$ .  
R.: 85 m
- **78** Determina le misure dei lati di un triangolo isoscele di perimetro 117 m sapendo che il rapporto fra la base e uno dei lati uguali è  $\frac{5}{4}$ .  
R.: 36 m; 36 m; 45 m

**UD-3** PROBLEMI DI PRIMO GRADO A DUE INCOGNITE**Problemi vari**

Risolvi i seguenti problemi:

- **1** Dividi il numero 100 in due parti, in modo che una sia il quadruplo dell'altra. **R.:** 80; 20
- **2** Determina due numeri tali che la loro somma sia 64 e uno sia il triplo dell'altro. **R.:** 48; 16
- **3** Determina due numeri consecutivi tali che la loro somma sia 167. **R.:** 83; 84
- **4** Determina due numeri tali che la loro somma sia 72 e  $\frac{3}{5}$  del maggiore risultino uguali al triplo del minore. **R.:** 60; 12
- **5** Determina due numeri sapendo che la loro somma è 30 e che la loro differenza è la metà del minore. **R.:** 18; 12
- **6** Determina due numeri sapendo che la loro differenza è 6 e che la loro somma è 5 volte la loro differenza. **R.:** 12; 18
- **7** Determina due numeri sapendo che la loro differenza è 1 e che la differenza dei loro quadrati è 13.  
(Suggerimento:  $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$ ). **R.:** 6; 7
- **8** Determina due numeri sapendo che la loro somma è 90 e che il loro quoziente è 11 con resto 6. **R.:** 83; 7
- **9** Determina un numero di due cifre tale che la differenza fra la cifra delle unità e quella delle decine sia 5 e tale che la loro somma sia 13. **R.:** 49
- **10** Determina numeratore e denominatore di una frazione equivalente a  $\frac{7}{3}$ , sapendo che il primo supera di 44 il secondo. **R.:**  $\frac{77}{33}$
- **11** Determina due numeri consecutivi, sapendo che i  $\frac{2}{5}$  del minore superano di 2 un quarto del maggiore. **R.:** 15; 16
- **12** Determina due numeri sapendo che aggiungendo 3 a  $\frac{1}{3}$  del minore si ottiene un quarto del maggiore e che la metà del maggiore supera di 6 i  $\frac{2}{3}$  del minore. **R.:** indeterminato, perché...
- **13** Determina due numeri sapendo che se al doppio del minore si aggiunge  $\frac{1}{5}$  del maggiore si ottiene il maggiore e che la loro differenza è  $\frac{3}{2}$  del minore. **R.:** indeterminato, perché...
- **14** Determina due numeri sapendo che la loro somma è 40 e che il doppio di uno supera l'altro di  $\frac{1}{20}$  della loro somma. **R.:** 14; 26
- **15** Determina la frazione che vale  $\frac{1}{2}$  se si addiziona 1 ai suoi termini, mentre assume valore  $\frac{1}{4}$  se si sottrae a entrambi 1. **R.:**  $\frac{2}{5}$
- **16** Determina la frazione tale che la somma dei suoi termini vale 20 e che il doppio del numeratore supera di 1 il denominatore. **R.:**  $\frac{7}{13}$
- **17** Determina la frazione che assume valore 1 se si addiziona 22 al numeratore e 1 al denominatore e che vale  $\frac{1}{2}$  se si addiziona 1 al numeratore e si sottrae 1 al denominatore. **R.:**  $\frac{18}{39}$
- **18** Determina due numeri sapendo che la loro differenza è 395 e che la loro media aritmetica è 777,5. **R.:** 580; 975
- **19** Determina due numeri sapendo che il loro quoziente è 3 con resto 2 e che la metà del primo è uguale ai  $\frac{5}{3}$  del secondo. **R.:** 20; 6
- **20** Determina due numeri sapendo che il primo supera di 50 la metà del secondo e che il

- **55** In un circuito, l'automobile A doppia l'automobile B in 2 minuti. Se le due automobili partissero dallo stesso punto in senso opposto, impiegherebbero 30" per incontrarsi. Sapendo che la velocità di A è 150 km/h, determina la velocità di B e la lunghezza del circuito.  
R.: 90 km/h; 2 km

- **56** Due automobili A e B sono rispettivamente all'arrivo e alla metà di un circuito di 5 km. Muovendosi una verso l'altra si incontrano dopo 1' 30", mentre muovendosi nello stesso senso A raggiunge B dopo 7' 30". Determina le velocità delle due auto.  
R.: 60 km/h; 40 km/h

### Problemi di geometria

- **57** Determina le misure della base e del lato di un triangolo isoscele, sapendo che il perimetro del triangolo è 30 m e che la differenza fra la misura della base e quella di uno dei due lati uguali è 15 m.  
R.: 20 m; 5 m

- **58** In un triangolo rettangolo la somma delle misure dell'ipotenusa e di uno dei cateti è 30 m. L'altro cateto misura  $\sqrt{10}$  m. Determina le misure dei lati del triangolo.  
(Suggerimento: applicando il teorema di Pitagora si ha che..., ma:  
 $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$ ...).  
R.:  $\frac{91}{6}$  m;  $\frac{89}{6}$  m

- **59** Determina le dimensioni di un rettangolo, sapendo che se si aumenta la base di 7 m e l'altezza diminuisce di 1 m, l'area aumenta di 5 m<sup>2</sup>, mentre, se la base diminuisce di 3 m e l'altezza aumenta di 2 m, l'area aumenta di 14 m<sup>2</sup>.  
R.: 16 m; 4 m

- **60** In un rettangolo la base è il triplo dell'altezza e il perimetro è 128 m. Determina le dimensioni del rettangolo.  
R.: 48 m; 16 m

- **61** Determina le misure dei lati di un parallelogramma di perimetro 880 m, sapendo che un lato è  $\frac{3}{8}$  dell'altro.  
R.: 120 m; 320 m

- **62** Un rettangolo di perimetro 82 m è inscritto in una circonferenza. Sapendo che uno dei suoi lati supera di 4 m l'altro, calcola il diametro della circonferenza.  
R.:  $\cong 29$  m

- **63** Calcola l'area del rombo in cui la diagonale maggiore supera di 65 m la metà della diagonale minore, mentre la diagonale minore supera di 19 m la metà della diagonale maggiore.  
R.:  $\cong 3410,44$  m<sup>2</sup>

- **64** In un rettangolo il rapporto tra la base e l'altezza è  $\frac{1}{8}$ . Sapendo che la differenza tra l'altezza e la base è 49 m, determina le loro misure.  
R.: 56 m; 7 m

- **65** In un rombo una diagonale è la quarta parte dell'altra e la loro somma è 15 m. Qual è la misura delle due diagonali?  
R.: 3 m; 12 m

- **66** In un rombo la somma delle diagonali è 15 m e la loro differenza è 9 m. Quanto misurano le due diagonali? Questo problema è equivalente a quello precedente? Perché?  
R.: 3 m; 12 m

- **67** In un rettangolo la base e l'altezza stanno fra loro come i numeri 2 e 3. Sapendo che il perimetro misura 15 m, determina la misura della base e quella dell'altezza.  
R.: 3 m; 4,5 m

- **68** Gli angoli interni di un triangolo stanno fra loro come i numeri 1, 2, 3. Determina le ampiezze in gradi degli angoli.  
R.: 30°; 60°; 90°

- **69** L'ampiezza di un angolo di un triangolo è 50°, mentre la differenza degli altri due è 10°. Determina le ampiezze degli angoli del triangolo.  
R.: 50°; 60°; 70°

- **70** Il rapporto tra l'altezza e la base di un rettangolo è 4. Sapendo che il semiperimetro misura 5 m, determina le misure della base e dell'altezza del rettangolo.  
R.: 1 m; 4 m

- **71** Un quadrilatero ha due angoli interni acuti e due ottusi. Sapendo che:
  - a) i due angoli acuti sono fra loro opposti e uguali;
  - b) la somma fra i due angoli ottusi e uno dei due angoli acuti misura 300 gradi;
  - c) i due angoli ottusi stanno nel rapporto  $\frac{2}{3}$ ;