85 Scrivere l'equazione di secondo grado avente per radici la somma e il prodotto delle soluzioni dell'equazione $x^2 - 6x + 5k = 0$, senza risolvere quest'ultima equazione.
Il valore di k affinché la nuova equazione trovata ammetta la soluzione $x = 4$ è:

a) ☐ $\frac{4}{5}$; b) ☐ $\frac{22}{115}$; c) ☐ $-\frac{4}{5}$; d) ☐ $\frac{1}{2}$

Problemi di secondo grado

Problemi di argomento vario

1 La somma tra il quadrato di un numero e il triplo del numero stesso è 4. Trovare il numero. $[-4;\ 1]$

2 Trovare un numero $x \in N$ sapendo che il prodotto della sua metà con il suo consecutivo è 210. [20]

3 Trovare un numero x tale che il quadruplo del suo quadrato equivale al numero che si ottiene aggiungendo 90 al doppio del numero x. $\left[5;\ -\frac{9}{2}\right]$

4 La differenza tra il quadrato di un numero e il multiplo del numero stesso secondo 12 è 28. Determinare quel numero. $[14;\ -2]$

5 Trovare due numeri interi positivi sapendo che il loro rapporto è $\frac{2}{3}$ e che la somma dei loro quadrati è 208. $[8;\ 12]$

6 Trovare due numeri interi positivi consecutivi tali che la somma dei $\frac{2}{9}$ del quadrato del minore e di $\frac{1}{10}$ del quadrato del maggiore sia uguale a 28. $[9;\ 10]$

7 Scomporre il numero 13 in due parti sapendo che il quadrato della prima parte diviso per la seconda dà per quoziente 12 e per resto 4. $[8;\ 5]$

8 Trovare due numeri sapendo che la loro differenza è 3 e che sottraendo al quadrato del maggiore i $\frac{4}{5}$ del minore si ottiene 60. $\left[8 \text{ e } 5;\ -\frac{36}{5} \text{ e } -\frac{51}{5}\right]$

9 In una frazione il numeratore supera il denominatore di 3. Trovare la frazione sapendo che la somma della frazione stessa con il suo reciproco è $\frac{65}{28}$. $\left[\frac{7}{4};\ \frac{-4}{-7} = \frac{4}{7}\right]$

10 In una frazione il numeratore supera di 5 il denominatore; trovare la frazione sapendo che, diminuendo di 3 entrambi i termini della frazione, si ottiene una nuova frazione che supera la prima di $\frac{5}{36}$. $\left[\frac{17}{12};\ \frac{-4}{-9} = \frac{4}{9}\right]$

11 Trovare quel numero positivo che aggiunto al triplo del suo quadrato uguaglia la differenza tra il quadrato del doppio del suo consecutivo e il numero 82. [6]

12 In una frazione il numeratore supera di 3 il doppio del denominatore; trovare la frazione sapendo che essa supera di $\frac{11}{40}$ la frazione che si ottiene aggiungendo 2 a entrambi i suoi termini. $\left[\frac{19}{8}\right]$

13 Trovare due numeri interi consecutivi tali che la somma dei loro quadrati sia 761. [19 e 20; −20 e −19]

14 Trovare due numeri naturali dispari consecutivi tali che la differenza dei loro quadrati sia 24. [7 e 5]

15 Trovare due numeri pari consecutivi tali che la somma dei loro reciproci sia $\frac{7}{24}$. [6; 8]

16 Trovare 5 numeri interi consecutivi tali che la somma dei quadrati dei primi tre sia uguale alla somma dei quadrati degli altri due. [−2; −1; 0; 1; 2 e 10; 11; 12; 13; 14]

17 Trovare tre numeri naturali pari consecutivi tali che la somma dei loro quadrati sia 116. [4; 6; 8]

18 Trovare tre numeri che siano multipli interi consecutivi di 3 e tali che la somma del quadrato del minore con il prodotto degli altri due sia 414. [12; 15; 18]

19 Trovare l'età di una persona sapendo che fra due anni la sua età sarà uguale al quadrato della quarta parte dell'età che aveva tre anni fa. [23]

20 Due automobili partono contemporaneamente per un viaggio di 360 km, che percorrono a velocità costante. La prima automobile, che viaggia a una velocità superiore di 10 km/h a quella della seconda, arriva mezz'ora prima. Determinare la velocità delle due automobili. [90 km/h; 80 km/h]

21 Un ciclista percorre 50 km a velocità costante e ritorna quindi al punto di partenza, lungo la stessa strada, a una velocità inferiore di 5 km/h a quella tenuta all'andata. Determinare la velocità sapendo che il ciclista impiega complessivamente 4 ore e 30 minuti. [25 km/h; 20 km/h]

22 Due automobili partono contemporaneamente dallo stesso punto, viaggiando rispettivamente a 60 km/h e 80 km/h in direzioni perpendicolari. Dopo quanto tempo la loro distanza sarà di 200 km? [2 ore]

23 Un corpo viene lanciato verso l'alto a una velocità di 49 m/s. Dopo quanto tempo ricade a terra? [10 secondi]

24 Un corpo viene lanciato verso l'alto a una velocità di 10 m/s. Dopo quanto tempo raggiunge un'altezza di 7 metri? [non raggiunge mai tale altezza]

25 Un corpo viene lanciato verso il basso, con una velocità iniziale di 2,1 m/s, da una torre alta 50,4 m. Dopo quanto tempo il corpo giunge a terra? [3 secondi]

26 Utilizzando 240 m di filo spinato si vuole recintare un appezzamento di terreno, di forma rettangolare, della superficie di 3.200 m^2. Quali dimensioni dovrà avere tale appezzamento? [40 m e 80 m]

27 Una banca propone a un suo cliente il seguente investimento: investire 5.000 euro di capitale al tasso di interesse del 5% per un certo numero di anni e, passato quel periodo, investire capitale e interessi maturati al tasso del 7% per un periodo inferiore al precedente di 2 anni. Al termine, gli interessi sarebbero pari a 1840 euro. Qual è il periodo totale della durata dell'investimento proposto? [6 anni]

28 Un capitale di 9.000 euro, depositato in banca a un tasso d'interesse costante, viene ritirato solo dopo due anni. Si richiede il tasso annuo d'interesse praticato dalla banca sapendo che dopo due anni si ritira la somma di 9734,4 euro. [4%]

29 Un capitale di € 10.000 viene depositato presso una società finanziaria. Gli interessi maturati dopo il primo anno non vengono ritirati. Durante il secondo anno viene praticato un tasso d'interesse inferiore di 1,5 punti percentuali rispetto a quello prima praticato. Al termine del secondo anno si ritira la somma di € 11.717,5. Calcolare i tassi d'interesse praticati. [9%; 7,5%]

Problemi di geometria piana

1 Il rapporto fra le dimensioni di un rettangolo è $\frac{8}{15}$ e l'area è 10,8 dm^2. Trovare il perimetro.

(Indicare con x la misura di una delle due dimensioni; l'altra misurerà...). [13, 8 dm]

2 L'area di un rombo è 960 cm^2, una diagonale è $\frac{15}{8}$ dell'altra; trovare il perimetro del rombo. [136 cm]

3 L'ipotenusa di un triangolo rettangolo è 75 cm; un cateto è i $\frac{7}{24}$ dell'altro. Trovare l'area del triangolo. [756 cm^2]

4 Trovare l'altezza di un triangolo di base 12 cm, tale che la sua area sia equivalente a quella di un quadrato il cui lato è $\frac{3}{5}$ dell'altezza del triangolo. $\left[\frac{50}{3}\text{ cm}\right]$

5 Il perimetro di un rombo è 204 cm e una diagonale è i $\frac{15}{8}$ dell'altra. Calcolare l'area del rombo. [2160 cm^2]

6 L'ipotenusa di un triangolo rettangolo è i $\frac{5}{4}$ di un cateto; sapendo che la misura, in centimetri, dell'altro cateto è la soluzione della seguente equazione

$$\frac{x}{126} + \frac{(x-1)^3}{3} - \frac{(x-2)^2}{2} = \frac{1}{2}(x-1)^2 + \frac{1}{3}(x-2)^3,$$

trovare la misura dell'area e del perimetro del triangolo. [294; 84]

7 Un pentagono è formato da un quadrato e da un triangolo isoscele avente per base un lato del quadrato. L'altezza del triangolo è $\frac{6}{5}$ del lato di base e l'area del pentagono è di 640 cm^2. Trovare il perimetro del pentagono. [112 cm]

8 Un rettangolo ha il perimetro di 80 cm e la base di 26 cm. Determinare i lati di un secondo rettangolo interno al dato, con i lati equidistanti dai lati del primo, e di area 28 cm^2. [14 cm; 2 cm]

9 Dato un quadrato di lato 12 cm, si prolunghino tutti i lati, nello stesso verso, di un segmento di x cm in modo che il quadrato ottenuto congiungendo gli estremi di tali prolungamenti abbia l'area di 288 cm^2. Determinare x. [$x = 6(\sqrt{3} - 1)$]

10 In un rettangolo la base supera di 24 cm i $\frac{4}{7}$ dell'altezza. Determinare il perimetro del rettangolo sapendo che l'area è di 448 cm^2. [92 cm]

11 Determinare i cateti di un triangolo rettangolo di cui un cateto è i $\frac{2}{3}$ dell'altro, sapendo che esso è equivalente alla differenza tra il quadrato dell'ipotenusa e il rettangolo avente una dimensione di 20 cm e l'altra doppia del cateto maggiore del triangolo. [24 cm; 36 cm]

12 Un cateto di un triangolo rettangolo è lungo $3a$ e l'ipotenusa supera l'altro cateto di a. Trovare l'area del triangolo. [$6a^2$]

13 Sui lati del quadrato $ABCD$ il cui lato misura l si prendono successivamente quattro segmenti $\overline{AE} = x$; $\overline{BF} = 2x$; $\overline{CM} = x$; $\overline{DN} = 3x$, in modo che la misura dell'area del quadrilatero $EFMN$ sia $\frac{1}{2}l^2$. Determinare x. $\left[\frac{l}{5}\right]$

14 Dato un quadrato di lato di misura l, si prolunghino tutti i lati, nello stesso verso, di un segmento di misura x in modo che la misura dell'area del quadrato ottenuto congiungendo gli estremi di tali prolungamenti sia $2l^2$. Determinare x. [$l(\sqrt{3}-1)/2$]

15 I lati di due quadrati differiscono di a, la somma delle loro aree è $25a^2$; trovare i lati dei due quadrati. [$3a$; $4a$]

16 È dato un quadrato di lato 9 cm. Sui lati AB, BC, CD, DA si considerino rispettivamente i punti E, F, G, H in modo che sia $AE \cong BF \cong CG \cong DH$. Dimostrare che il quadrilatero $EFGH$ è un quadrato ($EFGH$ è il *quadrato inscritto* nel quadrato $ABCD$). Determinare la posizione dei punti E, F, G, H sui lati del quadrato dato in modo che l'area del quadrato inscritto sia 45 cm^2. [$AE = 3$ cm o $AE = 6$ cm]

17 Inscrivere in un quadrato di lato 5 cm un altro quadrato la cui area sia $\frac{17}{25}$ dell'area del quadrato dato. (Vedi esercizio n. 16). [Le due parti in cui resta diviso il lato sono 1 cm e 4 cm]

18 I lati di un rettangolo sono lunghi 20 cm e 30 cm. Aumentando i lati di due segmenti di eguale lunghezza, l'area aumenta di 336 cm^2. Calcolare le lunghezze di tali segmenti. [6 cm]

19 Dato il quadrato $ABCD$ di lato l, determinare sulla retta AB un punto P tale che la somma dei quadrati delle sue distanze dai vertici C e D sia $15\,l^2$. (Interpretare la soluzione negativa). [$BP = 2\,l$ o $PB = -3\,l$]

20 In un triangolo isoscele la base supera di 2 cm l'altezza, mentre ciascuno dei due lati congruenti supera di 2 cm la base. Trovare il perimetro e l'area del triangolo. [100 cm; 480 cm^2]

21 Nel triangolo rettangolo ABC il cateto AB supera di $(\sqrt{2}-1)\,a$ il cateto AC; determinare il perimetro del triangolo sapendo che la differenza tra i quadrati costruiti sui cateti è equivalente ai $\frac{7}{25}$ del quadrato costruito sull'ipotenusa. [$12\,(\sqrt{2}-1)\,a$]

32 Determinare i cateti AC e BC di un triangolo rettangolo ABC, sapendo che un cateto differisce dall'altro di $(\sqrt{3}+1)a$ e che la differenza tra il doppio del quadrato dell'ipotenusa e il quadrato della somma dei cateti è equivalente all'area del triangolo. $[a(\sqrt{3}+1);\ 2a(\sqrt{3}+1)]$

Problemi di geometria solida

33 I lati di base di un parallelepipedo rettangolo sono rispettivamente il doppio e il triplo dell'altezza. Sapendo che la superficie totale del parallelepipedo è di 88 dm^2, se ne determinino le dimensioni. [2 dm, 4 dm, 6 dm]

34 Se si aumenta di 4 cm la lunghezza dello spigolo di un cubo si verifica che il suo volume aumenta di 2.368 cm^3. Determinare la lunghezza dello spigolo. [12 cm]

35 In un parallelepipedo rettangolo la base è quadrata e il lato di base supera di 10 cm l'altezza. Determinarne le dimensioni, sapendo che l'area della superficie totale è 1600 cm^2 [lato di base: 20 cm; altezza: 10 cm]

36 Raddoppiando il raggio di una sfera, la sua superficie aumenta di 1.728π cm^2. Determinare il raggio. [12 cm]

37 In un cilindro circolare retto, inscritto in una sfera di raggio 10 cm, il diametro di base supera di 4 cm l'altezza. Determinare le dimensioni del cilindro. [raggio di base 8 cm; altezza 12 cm]

38 In un cono circolare retto di apotema a, la superficie totale è $\frac{3}{4}\pi a^2$. Determinare il raggio di base. $\left[\frac{a}{2}\right]$

Equazioni di grado superiore al secondo

Equazioni binomie

Risolvere le seguenti equazioni:

1 $x^3 = 27$; $x^3 = 8$; $2x^3 + 54 = 0$; $x^3 = 64$.

2 $8x^3 - 1 = 0$; $x^3 + 1 = 0$; $x^4 - 16 = 0$; $x^4 + 81 = 0$.

3 $x^5 - 81x = 0$; $x^6 - a^6 = 0$; $16x^4 + 81 = 0$; $x^6 - 64 = 0$.

4 $x^5 - 1 = 0$; $32y^5 + 1 = 0$; $x^6 - 64 = 0$; $128x^6 - 2 = 0$.

5 $y^5 + 32 = 0$; $\frac{x^3}{125} - 1 = 0$; $x^4 - 81a^8 = 0$; $\frac{x^2}{16} = \frac{1}{x^2}$

Equazioni risolubili mediante scomposizione in fattori

6 Risolvere l'equazione $x^3 + 3x^2 - x - 3 = 0$ sapendo che ammette la soluzione $x = -3$. $[-1;\ 1;\ -3]$