



Matematica

13 Gennaio 2020

Cognome \_\_\_\_\_ Nome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

1. Si consideri la funzione  $y = \frac{\ln x}{x-3}$

- a. Determinare il dominio della funzione.
- b. Determinare eventuali intersezioni della curva con gli assi e gli intervalli in cui la funzione è positiva.
- c. Studiare il comportamento della funzione agli estremi del suo dominio ed individuare la presenza di eventuali asintoti scrivendone esplicitamente l'equazione.
- d. Studiare gli intervalli di monotonia della funzione e determinare l'eventuale presenza di punti stazionari e la loro tipologia.

*Suggerimento: L'espressione  $x-3-x \ln(x)$  è  $\leq -2$  in  $(0, +\infty)$*

- e. Trovare l'equazione della retta tangente alla curva nel punto di ascissa e.
- f. Studiare la concavità della funzione e determinare la presenza di eventuali punti di flesso.

*Suggerimento: L'espressione  $2x^2 \ln(x) - 3(x-1)(x-3)$  si annulla per  $x=1$  ed è positiva per  $x>1$ .*

- g. Disegnare il grafico della funzione.

2. Determinare l'area della parte di piano racchiusa tra i grafici della sinusoide e dalla retta  $y=3$ , nell'intervallo  $[0, 2\pi]$ .