



Matematica

13 Gennaio 2020

Cognome _____ Nome _____ Matricola _____

1. Si consideri la funzione $y = \frac{\ln x}{x-3}$

- a. Determinare il dominio della funzione.
- b. Determinare eventuali intersezioni della curva con gli assi e gli intervalli in cui la funzione è positiva.
- c. Studiare il comportamento della funzione agli estremi del suo dominio ed individuare la presenza di eventuali asintoti scrivendone esplicitamente l'equazione.
- d. Studiare gli intervalli di monotonia della funzione e determinare l'eventuale presenza di punti stazionari e la loro tipologia.

Suggerimento: L'espressione $x-3-x \ln(x)$ è ≤ -2 in $(0, +\infty)$

- e. Trovare l'equazione della retta tangente alla curva nel punto di ascissa e.
- f. Studiare la concavità della funzione e determinare la presenza di eventuali punti di flesso.

Suggerimento: L'espressione $2x^2 \ln(x) - 3(x-1)(x-3)$ si annulla per $x=1$ ed è positiva per $x>1$.

- g. Disegnare il grafico della funzione.

2. Determinare l'area della parte di piano racchiusa tra i grafici della sinusoide e dalla retta $y=3$, nell'intervallo $[0, 2\pi]$.